



Associação Propagadora Esdeva
Centro Universitário Academia – UniAcademia
Curso de Engenharia Elétrica
Artigo

TÍTULO: Modelagem e Análise do Comportamento Transitório de um Motor de Corrente Contínua

Alunos: Maria Mariah da Costa Sales e Oliveira, Ian Francisco Reis Fernandes, Alfredo Roberto Gonçalves da Costa Filho; Prof. Orientador: Dalmo Cardoso da Silva Júnior

Linha de pesquisa: Eletrônica de Potência e Sistemas de Energia Elétrica

RESUMO

Este estudo apresenta uma análise detalhada do comportamento dinâmico de motores de corrente contínua (CC) com excitação independente, enfatizando a importância de compreender a resposta transitória da velocidade do motor sob diferentes condições operacionais. O trabalho explora a influência de variações na tensão de alimentação do circuito de armadura e distúrbios no conjugado de carga, utilizando ferramentas avançadas de modelagem matemática e simulações computacionais. O modelo proposto é baseado em equações diferenciais que descrevem a dinâmica do circuito elétrico e mecânico, permitindo a análise precisa das características transitórias do sistema. As simulações foram realizadas para cenários variados, incluindo entrada de tensão constante e formas de onda quadradas com frequências distintas, além de perturbações controladas no conjugado de carga. Os resultados obtidos demonstram a eficácia do modelo em prever o desempenho do motor, fornecendo insights valiosos para aplicações industriais e acadêmicas. Este trabalho reforça a relevância da modelagem e da simulação para o desenvolvimento de soluções eficientes e confiáveis em sistemas de controle de motores elétricos.

Palavras-chave: Modelagem de motores de corrente contínua, Resposta transitória, Simulação computacional.

1 INTRODUÇÃO

Os motores de corrente contínua (CC) desempenham um papel crucial em diversas aplicações industriais e comerciais devido à sua capacidade de fornecer um controle preciso de velocidade e torque. Essa versatilidade os torna uma escolha preferencial em sistemas que exigem ajustes rápidos e precisos, como máquinas operatrizes, veículos elétricos, robótica e sistemas de propulsão naval. Historicamente, os motores CC se destacaram por sua simplicidade de controle, especialmente quando comparados a motores de corrente alternada (CA), devido à relação direta entre a tensão de armadura e a velocidade do motor.

Apesar da crescente popularidade dos motores de CA, os motores CC continuam a ser amplamente utilizados em aplicações específicas onde o desempenho dinâmico e a facilidade de controle são fundamentais. Entretanto, para maximizar sua eficiência e garantir a confiabilidade operacional, é essencial compreender profundamente a dinâmica desses motores, especialmente em cenários que envolvem variações na tensão de alimentação e distúrbios no conjugado de carga.

A modelagem matemática e a simulação computacional têm se mostrado ferramentas indispensáveis para investigar o comportamento dinâmico de sistemas eletromecânicos complexos, como os motores CC. Essas abordagens permitem representar e prever a resposta do motor a diferentes condições operacionais, incluindo mudanças abruptas na tensão de alimentação ou alterações nos parâmetros de carga. Além disso, possibilitam a análise de estabilidade e desempenho, fornecendo subsídios para o desenvolvimento de sistemas de controle mais robustos e eficientes.

Neste contexto, o presente trabalho foca na modelagem e simulação de motores CC de excitação independente, um dos tipos mais comuns de motores CC, devido à sua separação entre os circuitos de campo e armadura, que simplifica a análise dinâmica. O estudo avalia como o sistema responde a diferentes condições de operação, abordando desde variações de tensão até perturbações de carga. Os resultados obtidos buscam não apenas descrever a dinâmica do motor, mas também contribuir para o entendimento teórico e prático de seu comportamento, proporcionando insights que podem ser aplicados tanto em ambientes acadêmicos quanto industriais.

A importância desse estudo reside na sua capacidade de ampliar o conhecimento sobre o comportamento transitório de motores CC, facilitando o desenvolvimento de estratégias de controle mais eficazes. Dessa forma, este trabalho não apenas reafirma a relevância dos motores CC no cenário atual, mas também destaca o papel das ferramentas de modelagem e simulação na evolução contínua das tecnologias eletromecânicas.

Finalmente, este artigo tem como objetivo mostrar, por simulação, o funcionamento e comportamento do motor CC. Este artigo está organizado da seguinte forma: A seção 2 descreve o referencial teórico. A seção 3 apresenta os esquemas de modelagem e controle. Na seção 4, os resultados e discussões da simulação podem ser observados. Finalmente, a seção 5 aborda as conclusões deste trabalho.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Os motores de corrente contínua (CC) são sistemas eletromecânicos amplamente estudados devido à sua simplicidade estrutural e ao controle preciso que proporcionam. A modelagem matemática desses motores é essencial para entender suas características dinâmicas e prever seu comportamento em diferentes condições operacionais. Essa modelagem é baseada em um conjunto de equações diferenciais que descrevem as interações entre o circuito elétrico e o sistema mecânico do motor.

O circuito elétrico da armadura do motor CC pode ser representado por uma equação diferencial linear que relaciona a tensão de alimentação V_a , a resistência R_a , a indutância L_a , e a força contra eletromotriz (FCEM) gerada pelo movimento do rotor E_b . A equação básica do circuito da armadura é expressa como:

$$v_a(t) - \frac{L_a di_a(t)}{dt} - R_a i_a(t) - e_g(t) = 0$$

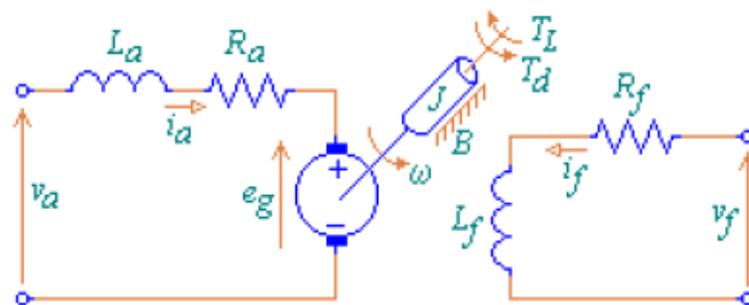
Por outro lado, a dinâmica mecânica do rotor é governada pela segunda lei de Newton aplicada à rotação. A equação mecânica relaciona o torque gerado pela interação eletromagnética T_e , a inércia do rotor J , o coeficiente de atrito viscoso B , e a carga aplicada ao motor T_c . Essa relação é descrita por:

$$T_d(t) = T_{perdas} + T_l(t) + j \frac{d\omega(t)}{dt} + B\omega(t)$$

O torque eletromagnético T_e é diretamente proporcional à corrente de armadura i_a , ou seja, $T_e = K_t i_a$, onde K_t é outra constante dependente do design do motor.

Para compreender o comportamento dinâmico de motores CC, diferentes abordagens analíticas são empregadas. Entre elas, destacam-se os métodos de espaço de estados e a utilização de funções de transferência. O espaço de estados permite representar o sistema como um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem, facilitando a análise de sistemas multivariáveis. No caso do motor CC, as variáveis de estado incluem a corrente de armadura i_a e a velocidade angular ω , enquanto as entradas podem ser a tensão aplicada V_a e o torque de carga T_c . Essa abordagem é útil para a simulação de sistemas não lineares ou sujeitos a condições complexas, como distúrbios externos.

Figura 4: Visão geral do controlador de corrente associado à rede elétrica



FONTE: O autor

A função de transferência é uma ferramenta essencial para analisar a resposta dinâmica do motor CC em sistemas lineares e invariantes no tempo. Ela é derivada das equações diferenciais do sistema no domínio de Laplace, relacionando a entrada (tensão) com a saída (velocidade angular ou corrente). A análise por funções de transferência é particularmente eficaz para identificar características como polos e zeros, que fornecem informações sobre a estabilidade e o desempenho do sistema.

A interação entre as componentes elétrica e mecânica do motor CC resulta em uma dinâmica complexa, que pode ser afetada por parâmetros como a resistência e a indutância da armadura, a inércia do rotor e a natureza da carga aplicada. A análise de estabilidade é conduzida por meio da localização dos polos do sistema no plano complexo. Polos no semiplano esquerdo indicam estabilidade, enquanto polos no semiplano direito representam instabilidade.

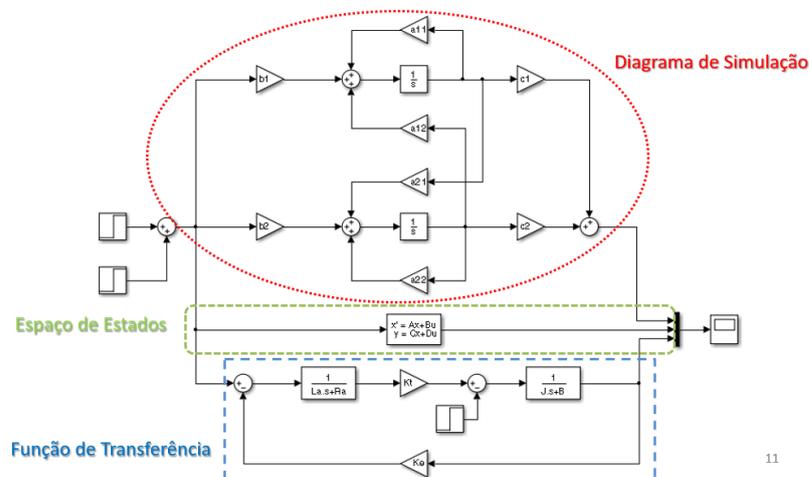
Compreender o modelo matemático de motores CC não apenas ajuda a prever seu comportamento dinâmico, mas também fornece insights para o projeto de controladores. Métodos como diagramas de Bode e mapas de polos e zeros permitem avaliar a resposta do motor a diferentes frequências de entrada, enquanto simulações computacionais possibilitam a verificação prática dessas análises em cenários controlados.

Portanto, a modelagem e a análise dinâmica do motor CC são ferramentas fundamentais para o desenvolvimento de soluções eficazes em aplicações que exigem controle de velocidade e torque com alta precisão.

3 METODOLOGIA

O modelo dinâmico do motor CC foi desenvolvido considerando as equações diferenciais do circuito de armadura e do sistema mecânico. Simulações foram realizadas para diferentes entradas: tensão constante, tensão quadrada com frequência inferior à de corte, e tensão quadrada com frequência muito superior à de corte. As perturbações no conjugado de carga também foram analisadas. Os diagramas de Bode e mapas de polos e zeros foram empregados para caracterizar a resposta do sistema.

Figura 4: Visão geral do diagrama de blocos da simulação do motor de corrente contínua



FONTE: O autor

De acordo com a Figura 4, observa-se que a dinâmica do lado CA é determinada conforme as equações abaixo:

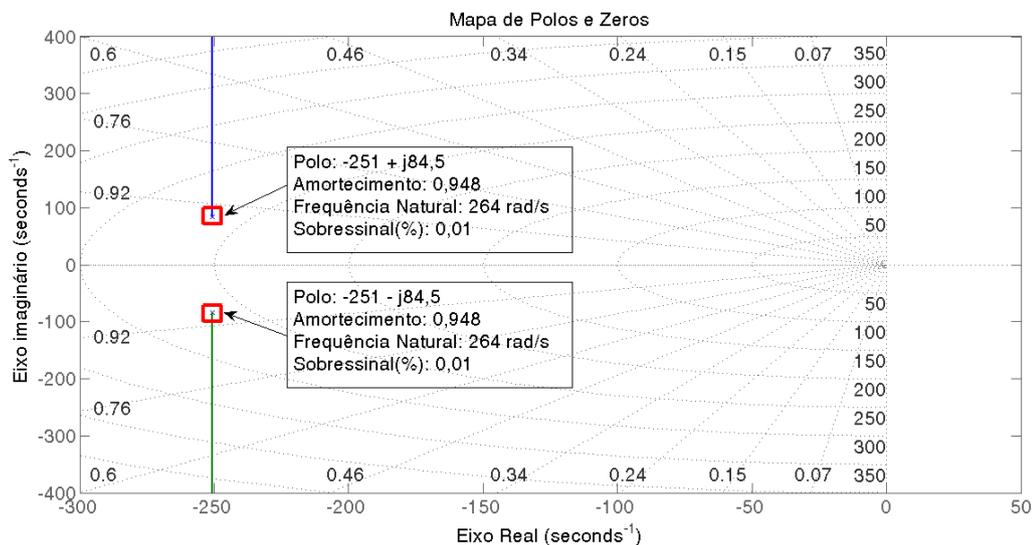
$$\frac{\omega(S)}{V_a(S)} = \frac{K_t}{S^2(JL_a) + S(JR_a + BL_a + T_pL_a + T_lL_a) + (BR_a + T_pR_a + T_lR_a + K_eK_t)}$$

Aplicando a transformada de Park em (4), (5) e (6) e assumindo condições de estado permanente, tem-se em (7) e (8) a dinâmica do lado CA no sistema de coordenadas dq .

$$\frac{d^2\omega}{dt}JL_a + \frac{d\omega}{dt}(JR_a + BL_a + T_pL_a + T_lL_a) + (BR_a + T_pR_a + T_lR_a + K_eK_t)\omega = K_tV_a(S)$$

A Figura 5 ilustra o diagrama de blocos do sistema de controle da corrente no sistema de coordenadas síncrono. Pode-se observar que o acoplamento entre i_{sd} e i_{sq} é eliminado pela compensação *feed-forward* de desacoplamento.

Figura 5: Diagrama do Lugar Geométrico da Raízes



FONTE: O autor

Após aplicar o desacoplamento das dinâmicas dos eixos d e q , pode-se considerar o sistema expresso por:

$$x_1 = \omega \text{ e } x_2 = \frac{d\omega}{dt} = \dot{x}_1$$

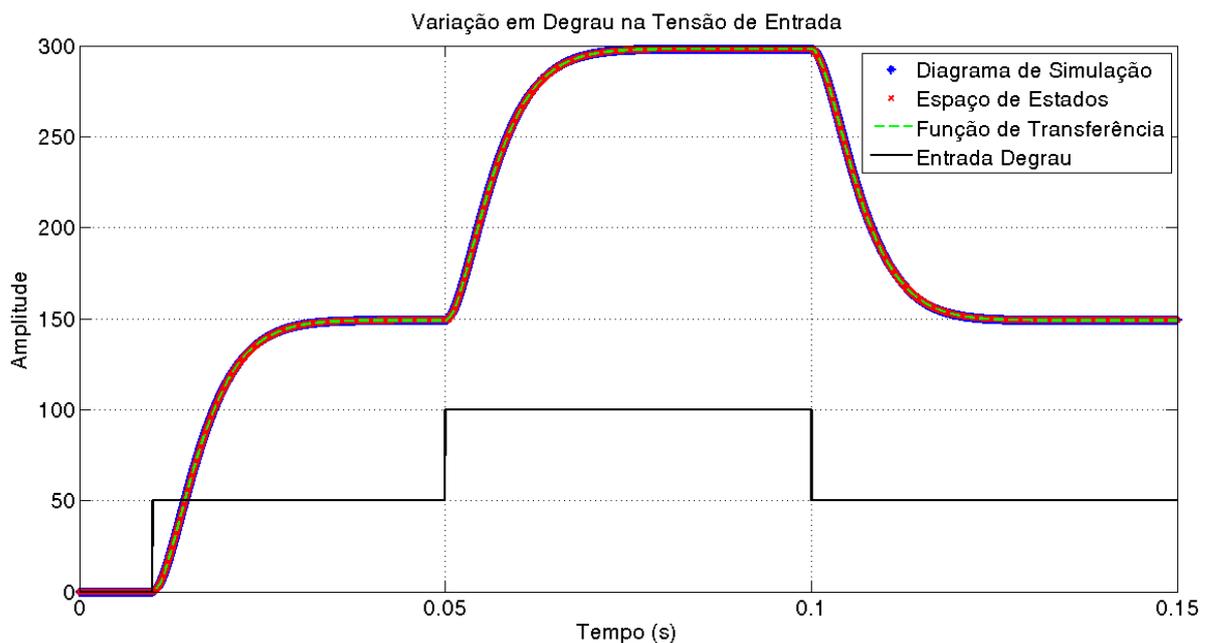
$$\dot{x}_2 J L_a + x_2 (J R_a + B L_a + T_p L_a + T_l L_a) + (B R_a + T_p R_a + T_l R_a + K_e K_t) x_1 = K_t V_a$$

$$\dot{x}_2 = -x_2 \left(\frac{J R_a + B L_a + T_p L_a + T_l L_a}{J L_a} \right) - \left(\frac{B R_a + T_p R_a + T_l R_a + K_e K_t}{J L_a} \right) x_1 + \frac{K_t V_a}{J L_a}$$

Conforme (9) e (10), observa-se que há uma relação entre as tensões de saída do inversor e da rede elétrica. A primeira, (V_t) é modelada como a entrada de controle, já a segunda, (V_s), como um distúrbio. A fim de simplificar o equacionamento, essa relação pode ser modelada como uma única ação de controle, u_d para (11) e u_q para (12), resultando em:

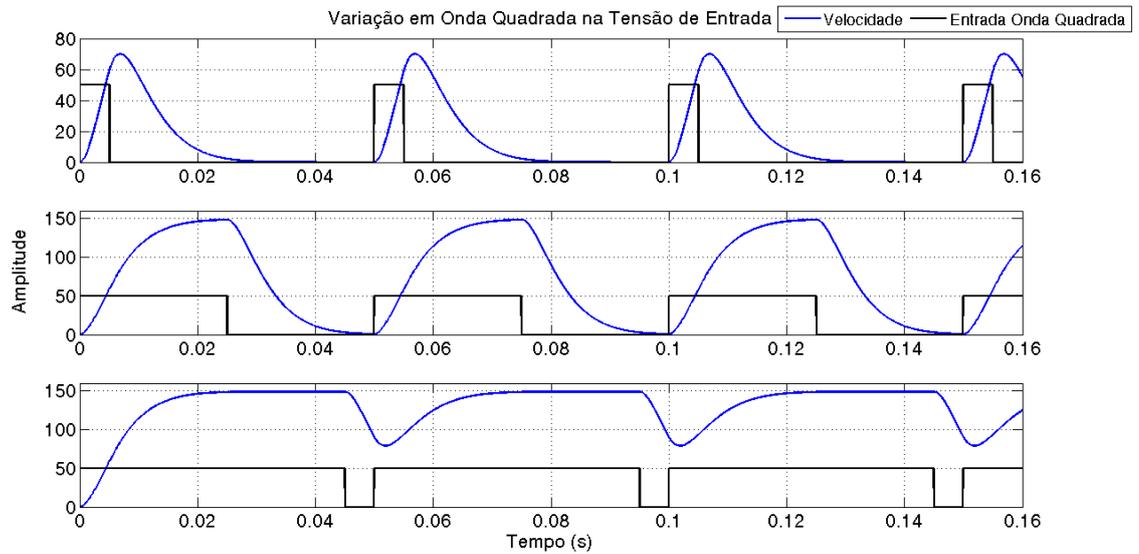
$$\frac{\omega(S)}{V_a(S)} = \frac{K_t}{S^2(JL_a) + S(JR_a + BL_a + T_p L_a + T_l L_a) + (BR_a + T_p R_a + T_l R_a + K_e K_t)}$$

Figura 6: Resposta dos modelos a uma entrada em degrau



FONTE: O autor

Figura 7: Resposta a variação de onda quadrada.

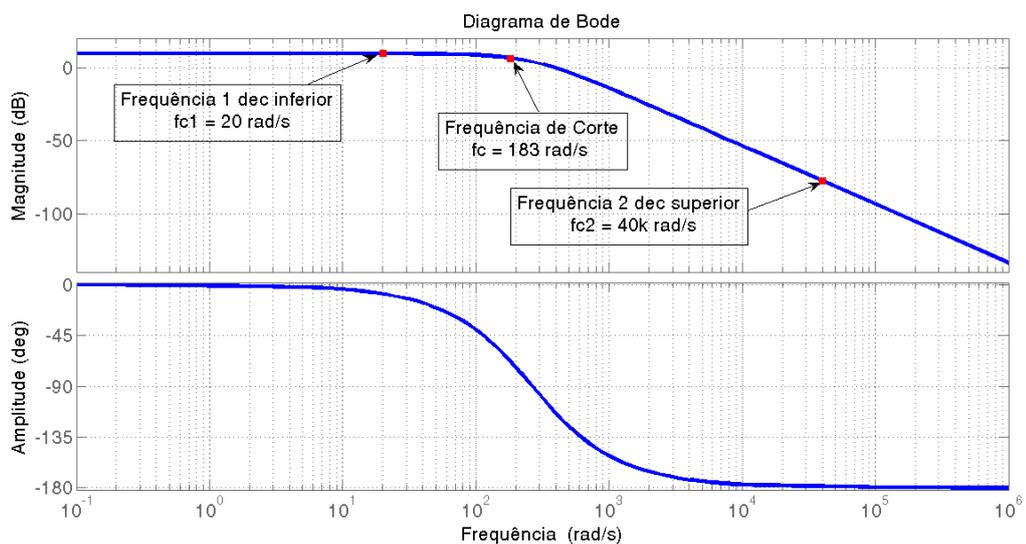


FONTE: O autor

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados foram obtidos a partir do Diagrama de Bode da Figura 6, onde é possível perceber que a passividade dos conversores é garantida para toda a faixa de frequência.

Figura 6: Diagrama de Bode da impedância de saída do conversor.



5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo apresentou uma análise abrangente do comportamento dinâmico de motores de corrente contínua (CC) com excitação independente, utilizando modelagem matemática e simulações computacionais para investigar a resposta transitória do sistema em diferentes cenários operacionais. Os resultados obtidos demonstraram que o modelo proposto é eficaz em prever o desempenho do motor, evidenciando sua capacidade de capturar as características transitórias sob variações de tensão de alimentação e distúrbios no conjugado de carga.

A abordagem apresentada fornece uma base sólida para compreender e aprimorar o desempenho de motores CC, destacando a importância da modelagem precisa para o desenvolvimento de sistemas de controle mais eficientes e confiáveis. Além disso, os insights obtidos podem ser aplicados tanto em contextos acadêmicos quanto industriais, contribuindo para o avanço na otimização de sistemas de acionamento elétrico.

Este trabalho reforça a relevância de ferramentas computacionais e métodos analíticos no estudo de sistemas eletromecânicos, pavimentando o caminho para futuras pesquisas voltadas à melhoria de estratégias de controle e ao aumento da robustez em aplicações práticas.

ABSTRACT

This study presents a detailed analysis of the dynamic behavior of independently excited direct current (DC) motors, emphasizing the importance of understanding the transient response of motor speed under different operating conditions. The work explores the influence of variations in the armature circuit's supply voltage and disturbances in the load torque, utilizing advanced mathematical modeling tools and computational simulations. The proposed model is based on differential equations that describe the dynamics of the electrical and mechanical circuits, enabling precise analysis of the system's transient characteristics. Simulations were performed for various scenarios, including constant voltage input and square waveforms with different frequencies, as well as controlled disturbances in the load torque. The results demonstrate the model's effectiveness in predicting motor performance, providing valuable insights for industrial and academic applications. This work highlights the relevance of modeling and simulation in developing efficient and reliable solutions for electric motor control systems.

Key words: DC motor modeling, Transient response, Computational simulation.

REFERÊNCIAS

- CHAKRABORTY, S.; SIMÕES, M. G.; KRAMER, W. E. **Power electronics for renewable and distributed energy systems**. A Sourcebook of Topologies, Control and Integration, Springer, p. 235-265, 2013.
- FOGLI, G. A. et al. **Integração de um grupo motor gerador diesel em uma rede secundária de distribuição através de um conversor estático fonte de tensão**. Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), 2014.
- FERREIRA, R. A. F. et al. **Controle de microrredes cc baseado em droop adaptativo de tensão - simulação em tempo real com control-hardware-in-loop**. Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), 2015.
- ALMEIDA, P. M. d. et al. **Contribuições ao estudo de conexão de sistemas fotovoltaicos à rede elétrica sem filtros passivos: projeto de controladores digitais para redução do conteúdo harmônico**. Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), 2013.
- MUSSE, B. F. et al. **Real time simulation of pv system integration to the distribution grid using dynamic load model**. In: IEEE. Power Electronics for Distributed Generation Systems (PEDG), 2017 IEEE 8th International Symposium on. 2017. p. 1-6.
- RANAWEERA, I.; SANCHEZ, S.; MIDTGARD, O.-M. **Residential photovoltaic and battery energy system with grid support functionalities**. In: IEEE. 2015 IEEE 6th International Symposium on Power Electronics for Distributed Generation Systems (PEDG). 2015. p. 1-7.
- ABU-RUB, H.; MALINOWSKI, M.; AL-HADDAD, K. **Power electronics for renewable energy systems, transportation, and industrial applications**.: John Wiley & Sons, 2014.
- SHUVRA, M. A.; CHOWDHURY, B. H. **Autonomous control of smart inverters in grid connected and islanded mode**. In: IEEE. Power & Energy Society Innovative Smart Grid Technologies Conference (ISGT), 2017 IEEE. 2017. p. 1-5.
- MALEKPOUR, A. R.; PAHWA, A. **A dynamic operational scheme for residential pv smart inverters**. IEEE Transactions on Smart Grid, IEEE, 2017.
- BELL, F. et al. **Secondary voltage and reactive power support via smart inverters on a high penetration distributed photovoltaic circuit**. In: IEEE. Innovative Smart Grid Technologies Conference (ISGT), 2016 IEEE Power & Energy Society. 2016. p. 1-6.
- Frederico T Ghetti, Pedro G Barbosa, Henrique AC Braga, and André A Ferreira. **Estudo comparativo de técnicas de controle de corrente aplicadas a filtros ativos shunt**. In XVIII Congresso Brasileiro de Automática, pages 12–16, 2010.

Pablo C de S Furtado, Gabriel A Fogli, Pedro M de Almeida, Pedro G Barbosa, and Janaína G de Oliveira. **Topology and control of a two-phase residential pv system with load compensation capability**. In 2015 IEEE 24th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), pages 1127–1132. IEEE, 2015.

Hirofumi Akagi, Edson Hirokazu Watanabe, and Mauricio Aredes. **Instantaneous power theory and applications to power conditioning**. John Wiley & Sons, 2017.

Amirnaser Yazdani and Reza Iravani. **Voltage-sourced converters in power systems: modeling, control, and applications**. John Wiley & Sons, 2010.